

**Sujets des ateliers *MATh.en.JEANS*
2014-2015**

**Colegiul National Emil Racovita de Cluj – Roumanie
Lycée Français Jean Giono de Turin – Italie
Lycée d'Altitude de Briançon – France**

1-1 la fougère

Nous disposons d'un alphabet composé de deux lettres : B (bourgeon) et F (tige)

Nous définissons deux règles :

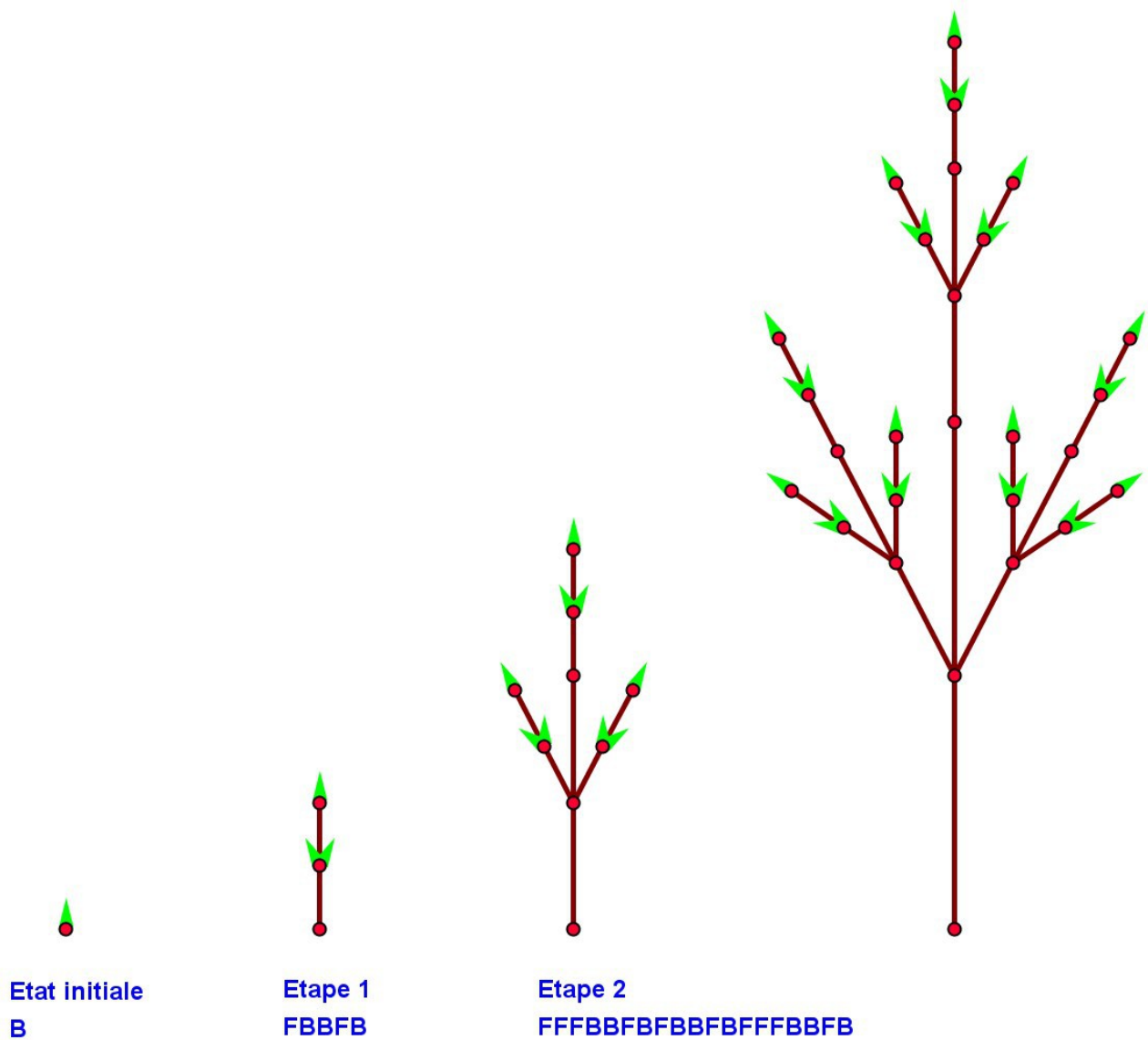
$B \rightarrow F[+B][-B]FB$

Autrement dit B (un bourgeon) devient une tige (F) avec un bourgeon à gauche ([+B]) et un bourgeon à droite ([-B]) et encore une tige (F) avec un bourgeon à l'extrémité (B).

$F \rightarrow FF$

Qui se « traduit » en une tige double de longueur.

Si nous prenons comme angle pour la gauche et la droite $25,7^\circ$ et comme lettre initiale B nous obtenons :



Étudier la suite (longueur, nombre de B et de F), déterminer la longueur de la branche centrale, réaliser un programme....

1-2 Modélisation de la croissance de végétaux

Étudier des feuilles d'arbre, des fleurs ou des coquilles d'escargots pour proposer un modèle d'évolution du type des L-systèmes.



1-3 Croissance d'arbre

Même principe que le sujet 1-1 mais nous rajoutons des probabilités.

Nous disposons d'un alphabet composé de deux lettres : B (bourgeon) et F (tige)

Nous définissons deux règles :

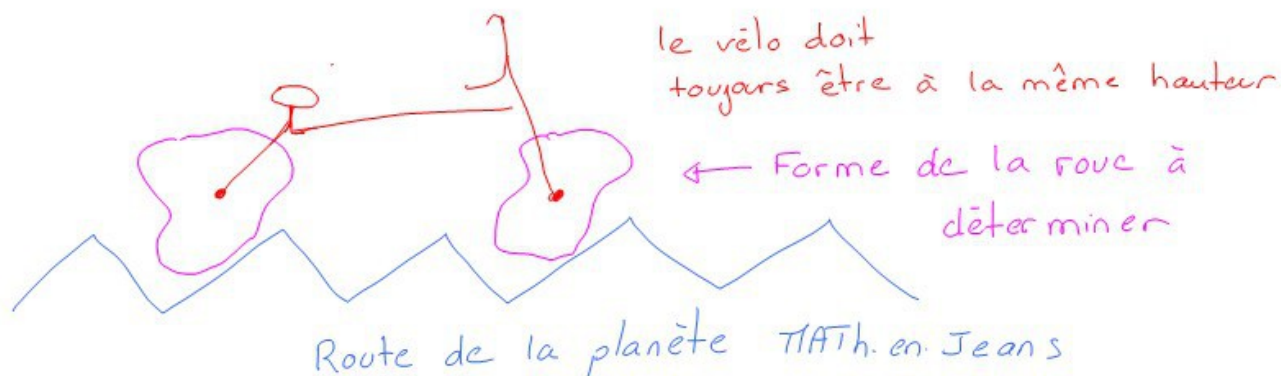
$B \rightarrow F[+B][-B]FB$ (50%) ou FB (25%) ou rien (25%)

$F \rightarrow FF$ (50%) ou F (50%)

Si nous prenons B comme lettre initiale, faire évoluer le système.

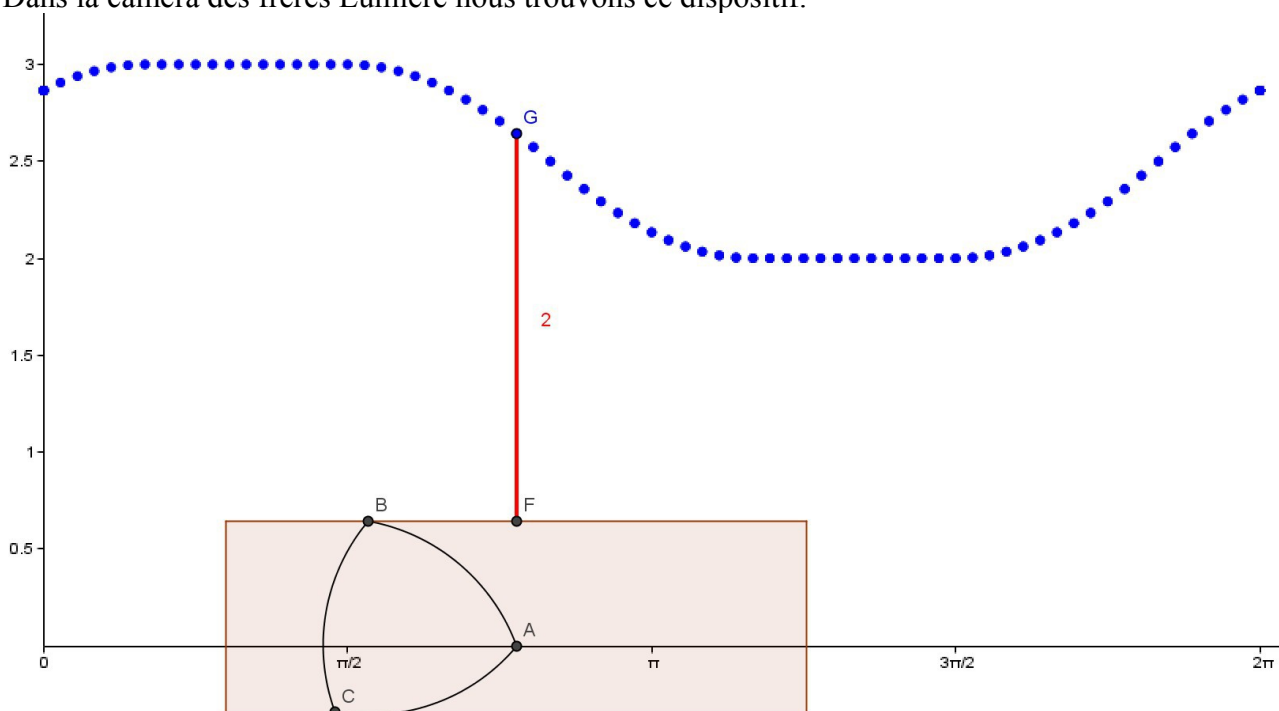
2-1 Roue de vélo

Les routes de la planète MATH.en.JEANS sont en forme de dents de scie. Quelle forme doit-on donner aux roues des vélos de cette planète pour que le cycliste ne se rende pas compte de ce problème.



2-2 Caméra des frères Lumière

Dans la caméra des frères Lumière nous trouvons ce dispositif.



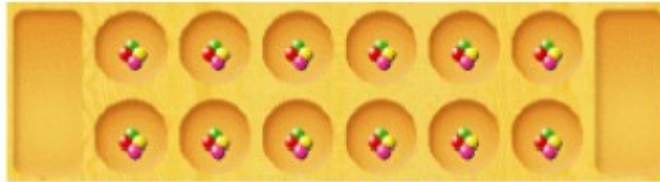
La came (triangle de Reuleaux ABC de diamètre 1) est dans une cage, elle tourne autour du point A. La tige verticale [FG] mesure 2. Déterminer l'ordonnée de G (distance AG) en fonction de l'angle de rotation de la came. Autrement dit l'équation de la fonction représentée en bleue.

3-1 Mancala

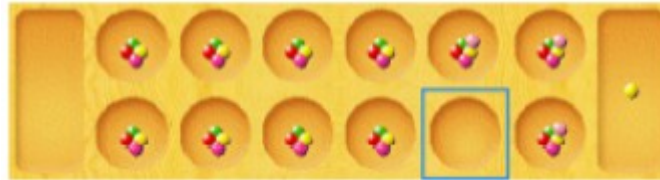
Il existe autant de variantes de règles à ces jeux que de tribus en Afrique. On choisit d'utiliser les règles suivantes :

■ Le jeu se joue sur un plateau de deux fois six cases (avec deux greniers de chaque côté) avec des graines. Le but du jeu est d'avoir le plus de graines dans son camp (une des rangées de six cases) et dans son grenier à la fin de la partie. La partie se termine lorsqu'un des deux joueurs n'a plus de graine dans son camps.

■ Au début du jeu, chaque case contient quatre graines, les deux greniers sont vides.

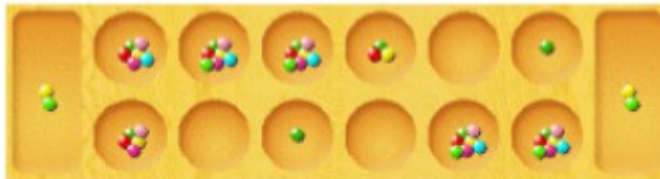


■ Chaque joueur, à son tour, choisit une case dans son camps qui contient au moins une graine. Il prends les graines de cette case et les distribue une par une dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, en passant éventuellement par son grenier (à sa droite). Voici un exemple de coup joué à partir de la position initiale :



■ Si la dernière graine est déposée dans le grenier, le même joueur rejoue.

■ Si la dernière graine est placée dans un trou vide du camp du joueur, alors il capture les graines du trou correspondant (opposé) et les place dans son grenier. Exemple de capture, avant et après.



Comprendre comment on peut formaliser le déroulement d'un tel jeu dans le but de le programmer, et comment l'on définit des stratégies pour implémenter le comportement d'un joueur.

Jeu sur ordi : <http://www.bambousoft.com/jeux/Mancala.html>

3-2 Paradoxe de Braess

Pour se rendre de la ville d'Arbeitstadt à la ville Belbanlieu, il y a deux itinéraires, l'un passant par Cétanville, l'autre par Danlebois.

Les routes entre Cétanville et Belbanlieu et entre ArbeitStadt et Danlébois sont des routes nationales, à quatre voies, et les temps de parcours sont indépendants du nombre d'usagers de 35 minutes dans chaque cas.

Par contre les parcours entre Arbeitstadt et Cétanville, et entre Danlébois et Belbanlieu sont très urbains, avec de nombreux feux et les temps de parcours dépendent fortement du nombre d'usagers : dans chaque cas, il faut $5 + n/200$ minutes (où n est le nombre d'usagers).

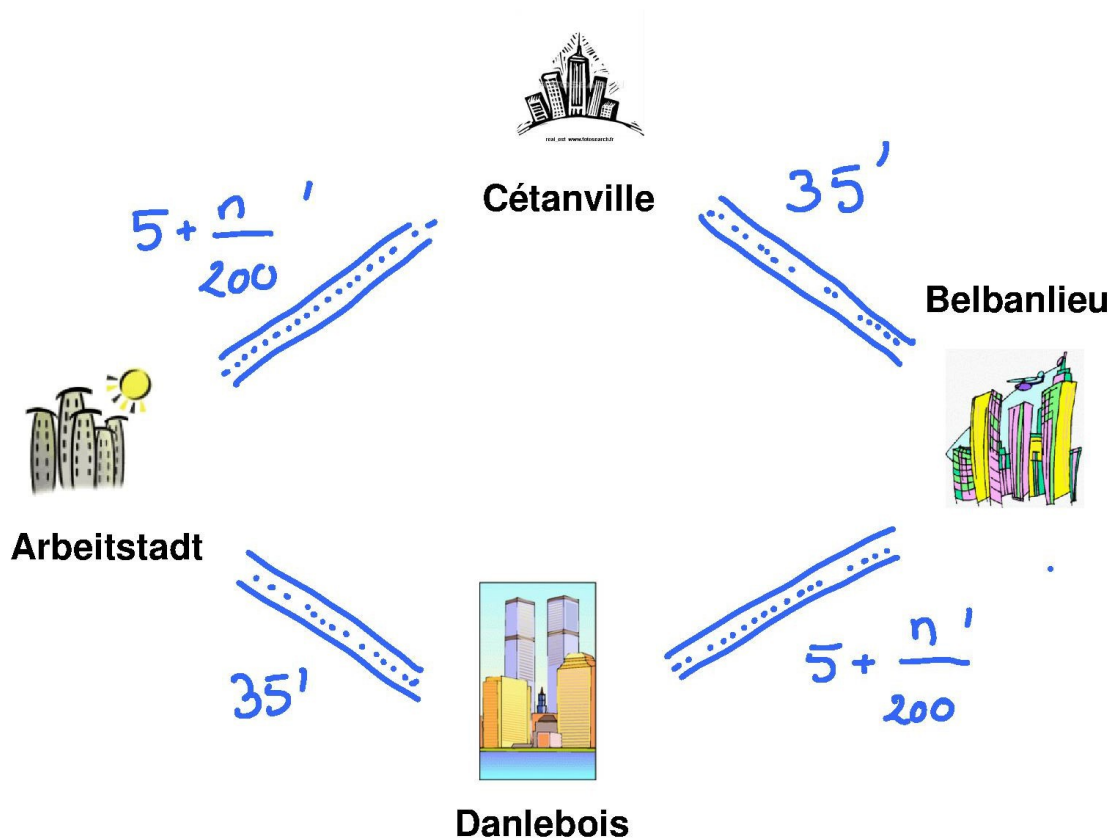
Tous les soirs, environ 4 mille automobilistes font ce trajet sensiblement à la même heure.

Pour les aider à choisir leur itinéraire, la mairie d'ArbeitStadt a mis en place un système d'information fournissant le nombre d'usager sur chaque itinéraire.

■ En supposant que chaque automobiliste choisi son itinéraire pour minimiser égoïstement son propre temps de trajet, comment va se répartir la circulation ?

Pour améliorer les conditions de circulation, la région construit une vois expresse permettant de relier Cétanville à Danlébois en 5 minutes indépendamment du nombre d'usagers.

■ Quelle va être l'évolution de la répartition de circulation et du temps de parcours ?



6-1 Comptage des sangliers

Dans la colline turinoise, le sanglier jouit d'un habitat idéal : la nourriture y est abondante et, exception faite de l'Homme, il n'est la proie d'aucun prédateur.

Avant de pouvoir fixer un quota annuel de chasse au sanglier, encore faut-il connaître la taille de la population. Or, la colline turinoise est composée de grands territoires difficilement accessibles. Comment procéder alors pour dénombrer les sangliers?



7-1 Compression d'une image

Une image numérique en noir et blanc est composée de petits carrés (pixels) dont la couleur va du blanc au noir en passant par toutes les nuances de gris. Chaque nuance est codée par un réel x de la façon suivante :

- $x=0$ pour le blanc
- $x=1$ pour le noir;
- $x=0,01$; $x=0,02$ et ainsi de suite jusqu'à $x=0,99$ par pas de $0,01$ pour toutes les nuances intermédiaires (du clair au foncé).

Ainsi une image numérique de 16 sur 16 pixels nécessite $3 \times 16^2 = 768$ valeurs pour être codé (2 valeurs pour la position et 1 valeur pour la nuance).

Imaginer des systèmes qui nécessitent moins de 768 valeurs pour coder une image (sans détérioration ou avec détérioration).

7-2 Modification d'image

Une image numérique en noir et blanc est composée de petits carrés (pixels) dont la couleur va du blanc au noir en passant par toutes les nuances de gris. Chaque nuance est codée par un réel x de la façon suivante :

- $x=0$ pour le blanc
- $x=1$ pour le noir;
- $x=0,01$; $x=0,02$ et ainsi de suite jusqu'à $x=0,99$ par pas de $0,01$ pour toutes les nuances intermédiaires (du clair au foncé).

Nous considérons une image de 16 sur 16 pixels et T la transformation de l'image qui à chaque pixel associe la moyenne des 9 pixels voisins (4 si le pixel est au coin et 6 si le pixel est au bord).

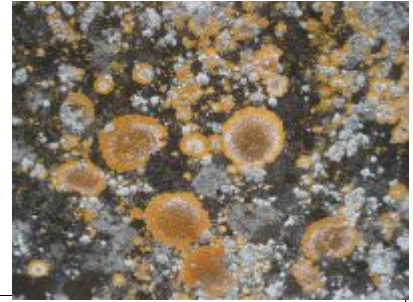
Que ce passe-t-il si nous appliquons plusieurs fois cette transformation ?

8-1 Datation au lichen

Les lichens grandissent en prenant une forme circulaire. Le diamètre d (en cm) d'un lichen est fonction de temps t (en année).

Ci-dessous vous avez des tailles de lichens pris sur divers rochers que nous sommes en mesure de dater (pierres tombales, édifices, glaciers...)

Déterminer une formule qui donnerait le diamètre d d'un lichen en fonction du temps t .



Temps	Diamètres																		
47	21,8	38,3	25,8	33,2	24,9	19,3	18,9	29,2	37,6	0,9	4,7	13,1	31,8	31,5					
57	30,0	6,0	46,5	36,5	24,3	2,1	43,9	8,7	10,5	24,5	29,2	34,3							
13	2,0	3,4	3,8	2,2	3,4	1,8	5,3	5,9	4,6	2,7	5,3	3,7	2,7						
97	63,8	54,2	54,8	7,2	40,3	51,8	56,2												
82	35,3	23,1	22,9	28,2	25,5														
32	19,0	3,5	25,7	26,1	10,9	29,1	19,9												
92	33,0	26,4	35,1	28,2	0,3	30,9	10,2	3,2	58,5										
89	13,9	20,7	42,8	24,4															
41	17,3	26,7	33,1	6,8	22,5	22,2	32,2	31,8	13,2	30,9	31,7	36,5	22,8	19,9					
90	28,0	41,8	25,6	8,8	9,1	54,2	10,9	17,6	39,8	51,5	23,5	16,3	55,2						
77	38,6	20,9	10,7	13,8	22,0	53,8	14,3	4,4	39,9	42,2	36,4								
30	21,1	22,6	17,4	25,0	1,8	7,3	22,4	19,9											
84	13,4	30,5	34,9	27,9	38,5	25,5	29,5	0,1	32,2	36,3									
79	35,7	38,9	39,9	17,7	12,0	25,7	41,8	13,1	55,7	39,2	36,7	1,4	22,9						
56	24,1	31,8	44,9	4,6	16,6	39,1	16,6	13,6	11,2	8,9	21,0	7,5	12,2						
29	18,9	5,0	6,0	25,3	19,2	27,9	17,8	10,4	24,2	7,1	11,9	25,6	27,7	28,1	9,9				
100	1,6	54,4	50,4	50,7	39,2	14,6	48,6	5,2	17,6										
29	3,0	27,9	11,0	11,2	7,1	15,5	16,5	7,1	7,8	12,1	16,9	14,2	4,7	19,3					
31	0,0	7,9	19,9	18,6															
88	35,8	0,4	60,5	11,0	20,7	17,0	42,4	28,8	35,2	32,6	44,5	37,0	57,6	36,1					
33	26,9	12,7	6,4	13,8	4,0	28,9	25,9												
66	10,1	28,1	14,3	37,6	49,2	44,1	39,0	24,6	8,1	31,5									
83	32,6	21,5	53,6	38,3															
61	32,9	14,9	17,9	35,0	11,0	2,3	1,6	43,9	31,8	37,1	24,0	48,4							
70	5,1	17,8	32,4	34,2	52,0	7,7	34,1	31,1	50,2	45,8	51,9	8,5							
27	1,9	25,7	25,6	5,3															
53	43,2	44,3	16,2	3,1	41,4	26,1	16,6	25,8	27,7	7,5	29,0	22,3	42,7	7,3	16,1	16,3	21,8		
21	19,5	13,3	20,0	10,5	7,8	5,7	20,2	14,9	12,7										
67	26,4	48,3	8,6	51,2	2,6	48,4	1,7	15,1	42,3	30,3	35,9	34,6	44,4	34,7					
22	6,9	4,0	17,1	18,7	4,0	9,3	0,6	18,7	4,3	4,3	17,0	17,1	4,7	14,1	15,0				
35	28,0	23,9	27,9	13,6	27,7	3,8	16,1	19,0	27,4	16,5	12,0								
90	36,1	42,0	37,2	2,8	38,5	32,2	39,0	44,5	39,4	21,9	51,1	14,0	56,6	46,2	33,6	17,9	8,5	4,9	
28	25,9	12,2	24,9	11,6	26,9	0,7	6,0	16,2	21,6	18,1									
27	24,5	11,3	10,1	26,1	8,3	14,1	9,7	15,4	16,8	8,0									
28	9,6	4,4	1,1	16,3	4,1	16,8	19,5												
111	31,8	21,4	37,5	37,9	3,0	51,1	32,6	27,1	8,4	47,3	25,1	49,9	49,2	66,8	26,9	16,5			
105	36,0	11,6	56,9	20,0	6,9	32,5	34,3	16,3											
106	60,6	3,5	40,5	31,0	26,4	7,3	2,5												
18	9,5	10,3	10,8	12,5	7,7	7,1	4,5												
105	15,8	57,0	51,1	28,7	46,5	50,1	61,4	6,1	25,0	52,5									
39	12,7	1,6	24,1	25,2	31,2	16,0	14,6	11,5	32,7	11,5	27,7	21,5	12,4	10,1	21,8	0,2	0,8		
66	16,1	39,8	39,3	31,1	41,6	11,7	42,4	39,9	38,4	21,3	16,8	19,4	16,8	44,9	3,4	8,7	37,7	31,0	
78	30,6	13,1	41,4	47,4	56,2	41,1													
95	8,3	28,6	18,1	55,9	41,5	47,5	1,1	12,1	18,5	11,8	0,7								
101	6,7	55,5	15,4	35,2	5,0	8,5	46,2	21,7	36,2	9,0	56,4	63,7							
95	4,6	22,6	35,9	15,5	56,3	24,9	27,3	41,9											
48	34,7	1,2	2,7	3,3	32,6	28,1	31,9	18,1	33,2	33,5	19,4	40,1	17,6	27,5	20,8	22,7	17,9		
24	21,7	14,4	9,9	21,2	7,2	13,2	19,2	3,1	8,9	10,5	23,8								
110	53,0	3,9	10,5	45,6	12,8	46,5	68,7	19,6	41,7	39,3	30,1	21,5	19,7	16,3	41,8	20,0			
44	11,1	13,6	12,5	24,6	18,7	35,2	12,0	39,0											

9-1 Marathon

Les records des athlètes fascinent à la fois les sportifs et les autres. A chaque nouvelle édition des Jeux Olympiques, la pression est énorme sur les coureurs du 100m, qui savent qu'ils graveront leur nom au Panthéon de l'athlétisme s'ils parviennent à faire tomber le record du monde.

S'il est une discipline qui fait couler beaucoup d'encre dans les journaux actuellement, c'est bien le marathon. Son record du monde est régulièrement battu, presque tous les ans, d'une poignée de secondes. Si ce record fait autant parler de lui, c'est parce qu'il se rapproche chaque fois un peu plus de la barre fatidique des 2 heures.

Pour certains spécialistes, ce n'est qu'une question de patience, la barre des 2 heures tombera d'ici quelques années. D'autres estiment à l'inverse que la barre des 2 heures se situe au delà des capacités physiques humaines.

Temps	Date	Temps	Date
2 h 58 min 50 s	10/04/96	2 h 15 min 17 s	10/09/60
2 h 55 min 18 s	24/07/08	2 h 15 min 16 s	17/02/63
2 h 52 min 45 s	01/01/09	2 h 14 min 28 s	15/07/63
2 h 46 min 52 s	12/02/09	2 h 13 min 55 s	13/07/64
2 h 46 min 04 s	08/05/09	2 h 12 min 12 s	21/10/64
2 h 42 min 30 s	08/05/09	2 h 12 min 00 s	12/06/65
2 h 40 min 35 s	31/08/09	2 h 09 min 37 s	03/12/67
2 h 38 min 16 s	12/05/13	2 h 08 min 34 s	03/05/69
2 h 36 min 06 s	31/05/13	2 h 08 min 18 s	06/12/81
2 h 32 min 35 s	20/08/20	2 h 08 min 05 s	21/10/84
2 h 29 min 01 s	13/10/25	2 h 07 min 12 s	20/04/85
2 h 27 min 49 s	31/03/35	2 h 06 min 50 s	17/04/88
2 h 26 min 44 s	03/04/35	2 h 06 min 05 s	20/09/98
	03-11-1935		
2 h 26 min 42 s	15-08-1945	2 h 05 min 42 s	24/10/99
2 h 25 min 39 s	19/04/47	2 h 05 min 38 s	14/04/02
2 h 20 min 43 s	14/06/52	2 h 04 min 55 s	28/09/03
2 h 18 min 41 s	13/07/53	2 h 04 min 26 s	30/09/07
2 h 18 min 35 s	04/10/53	2 h 03 min 59 s	28/09/08
2 h 17 min 40 s	26/07/54	2 h 03 min 38 s	25/09/11
2 h 15 min 17 s	24/08/58	2 h 03 min 23 s	29/09/13

Peut-on trouver une fonction qui approche au mieux ces valeurs ?

9-2 Athlétisme

Existe-t-il un lien entre les records du monde en course à pied sur l'ensemble des distances « officielles » (100m, 200m, 400m, ..., semi-marathon, marathon, 100km) ?

Pistes : Si on trace le nuage de points des temps des records en fonction de la distance, quelle courbe observe-t-on ? Une parabole, une droite ? Quelle échelle est-il préférable d'utiliser pour une meilleure visualisation du lien entre distance et temps ?

En fonction des résultats, on pourra également se pencher sur le cas d'autres sports, tels que le cyclisme, ou la natation, ou d'autres.

Données :

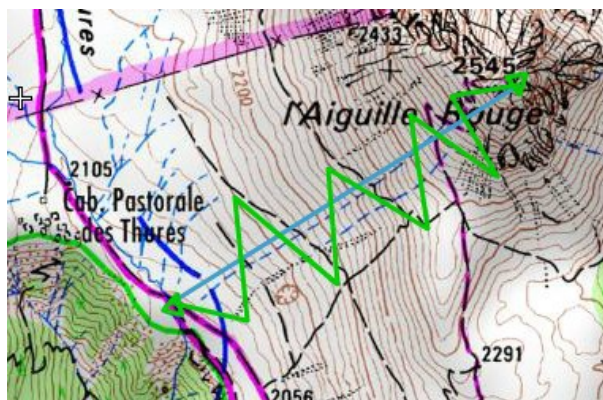
https://dl.dropboxusercontent.com/u/1391912/Blog%20satisfaction/data_records.txt

Temps (secondes)	Distance (mètres)	Type de la compétition
9.58	100	100 m Progression
19.19	200	200 m Progression
43.18	400	400 m Progression
101.01	800	800 m Progression
132	1000	1000 m
206	1500	1500 m Progression
223.13	1609	Mile run Progression
284.79	2000	2000 m
440.67	3000	3000 m Progression
757.35	5000	5000 m Progression
1577.53	10000	10000 m Progression
1604	10000	10 km (road)
1033	15000	15 km (road)
3386	20000	20000 m (track)
3321	20000	20 km (road)
3503	21098	Half marathon
4345.4	25000	25000 m (track)
4310	25000	25 km (road)
5207.4	30000	30000 m (track)
5269	30000	30 km (road)
7439	42196	Marathon Progression
22413	100000	100 km (road)

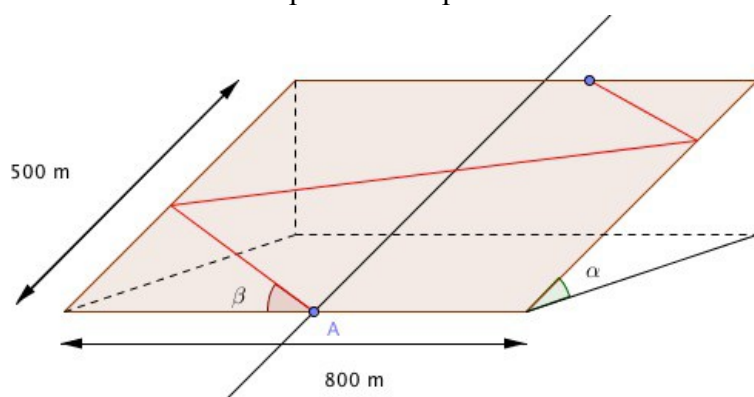
10-1 Le traileur

Par exemple, dans le secteur de Névache, l'Aiguille Rouge présente une pente sud ouest propice à une montée sauvage à travers un joli pierrier. Mais comment optimiser son parcours pour atteindre le plus rapidement possible le sommet ?

Dans un premier temps, nous nous pencherons (sans jeu de mot) sur une pente régulière et ne comportant aucun obstacle en forme de rectangle, l'objectif est de proposer le chemin le plus rapide pour aller d'un point A situé au milieu de la base au bord supérieur de ce rectangle.



Voici une schématisation possible du problème :



α : inclinaison de la pente

β : angle de montée choisi par le traileur

Nous ne connaissons que la vitesse maximale aérobique du traileur.

Le traileur a une vitesse de montée qui est fonction de l'angle de montée β et de l'inclinaison α .

Nous supposons qu'une fois choisi l'angle de montée β , le traileur est capable de maintenir son allure tout le long de son trajet. Cela semble surprenant mais Kilian Jornet peut le faire !

A vous de déterminer une formule réaliste de la vitesse et ensuite de déterminer la trajectoire la plus rapide.